Ejercicio T4 01.

Dada la aplicación lineal $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ definida mediante:

$$f(x, y, z) = (x + 2y - z, 2x + 3y + z, 3y - 9z)$$

a) (1,5 puntos) Calcular las coordenadas del vector $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ tal que $f(x, y, z) = (1, 2, 0)$. ¿Existe algún vector tal que $f(x, y, z) = (1, 1, 0)$?

b) (2 puntos) Calcular una base de $Im(f)$ y de $Ker(f)$

c) (1,5 puntos) Discute para qué valores de $a \in \mathbb{R}$, el vector $(a, 1, 1) \in Im(f)$ y para qué valores el vector $(a, 1, 1) \in Ker(f)$.

Ejercicio T4 02.

Dada la aplicación lineal $f: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$ cuya matriz asociada en las bases respectivas:
$B_1 = \{(1, 0, 0, 0), (1, 0, -1, 0), (1, 0, -1, 1), (1, 1, 1, 1)\}$ de $\mathbb{R}^4$ y

$B_2 = \{(1, 0, 0), (1, 0, -1), (1, -1, 0)\}$ de $\mathbb{R}^3$ es:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & -3 \\ 2 & 3 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -6 & 1 \end{bmatrix}$$

a) (2 puntos) Calcular la matriz asociada a f en las bases canónicas.

b) (2 puntos) Obtener una base del subespacio $Ker\ f$ determinando su dimensión.

c) (1 punto) Obtener una base del subespacio $Im\ f$, determinado su dimensión